

Matematikvejledning i praksis

Marianne Bie, Rysensteen
Hans Bolvinkel, Nørre G

De tre projekter

Projekt 1 Tema: Begreber og begrebsdannelse
Sprog og ligninger

Projekt 2 Tema: Argumentation og bevisførelse
Argumentationssystematik i bevisførelse

Projekt 3 Tema: Matematisk modellering
Struktur og modellering

Mål og midler

- Bred målgruppe af elever med almindeligt forekommende matematikvanskeligheder
- Realiserbare forløb med et realistisk ressourceforbrug
- Enkle og overskuelige redskaber og metoder

De to temaer gennem alle projekter

- Sprogets betydning
- Symbol- og formalismekompetencen

Sprogets betydning

Egne udsagn bliver assimileret og gjort til ressource for egen viden (Gibbons, 2009).

Dette understreger vigtigheden af et præcist sprogbrug og korrekt definition af begreberne. Elever med upræcist sprog havde ofte et mudret, situationsbestemt og mangelfuldt begrebsbillede.

Det tages til tider for givet, at elever kender dagligdagsord, men det gør de ikke nødvendigvis. Hvad betyder det eksempelvis, at noget er sandt?

Gibbons, Pauline: Læring gennem samtale. Fra: I skole med to sprog. Unge Pædagogers forlag, Danmark, 2009.

Symbol- og formalismekompetencen

Elever med en uudviklet symbol- og formalismekompetence fik problemer med de tre matematiske felter:

- Ligningsløsning (slutningsregler)
- Bevisførelse (algebra)
- Modellering (oversættelse)

Case 1 - ligningsløsning (Maria)

Lærer: *Hvad det vil sige at løse en ligning?*

Maria: *Man skal finde x eller b eller c .*

Lærer: *Hvad gælder der om det tal, du finder?*

Maria: *Det ved jeg ikke.*

Senere bliver et løsningsforslag sat ind, og eleven når frem til, at $13=17$.

Lærer: *Er det rigtigt?*

Maria: *Nej... eller jo. Er det en ligning, når der ikke er noget x ?*

Senere skal eleven isolere x i $3x=4$.

Maria: *Så skal man et eller andet sådan her. [eleven tegner en vandret streg under $3x$ og 4]*

Lærer: *Hvorfor det?*

Maria: *Det ved jeg ikke. Det skal man bare...*

Case 2 - ligningsløsning (Lene)

Eksempel: $4x=4+x$

Lærer: *Hvad går det ud på, når man vil løse en ligning?*

Lene: *Det går ud på at finde x . Men det der forvirrer mig her er, at der er to x 'er.*

Eleven trækker 4 fra på begge sider.

$$4x-4=x$$

Lærer: *Hvordan vil du få de $4x$ væk?*

Lene: *Jeg vil gange eller dividere, eller skal man minusse?*

Begreb	Eksempel
Lighedstegn	=
Regneoperationer	Lægge til Trække fra Gange Dividere
Led adskilles af + og -	$8x+4-3y$
Led der lægges sammen, giver en <i>sum</i>	$5y+3y=8y$ $5y$ og $3y$ er led, $8y$ er summen (og et led) $3x+14x+x=18x$ $9+2+4+2=17$
Led der trækkes fra hinanden, giver en <i>differens</i>	$3a-a=2a$ $3a$ og a er led, $2a$ differensen (og et led) $p-8p = -7p$
Man ganger <i>faktorer</i> med hinanden og man får et <i>produkt</i>	$5 \cdot 6=30$ 5 og 6 er faktorer. 30 produktet $3z \cdot 8=24z$

Case 2 - efter at have brugt den strukturelle ramme

Lenes løsning af ligningen $10=3x+4$ foregår nu i følgende etaper.

- *Der er to led på højre side og et led på venstre side*
- *Jeg trækker 4 fra på begge sider*
- *Jeg dividerer med koefficienten til den ubekendte på begge sider*
- *Resultatet bliver at $x=2$*

Case 3 - Modeller (Marius)

På en bestemt skole er der 6 gange så mange elever som lærere. Opskriv en formel der udtrykker sammenhængen mellem antallet af elever og antallet af lærere.

Marius: *Det betyder, at for hver lærer du har, så har du 6 elever, så jeg ville sige $1=6$.*

Lærer: *Hvordan forstår du det?*

Marius: *For hver gang jeg har én lærer, har jeg seks elever.*

Lærer: *Hvis der er to lærere, hvor mange elever er der så?*

Marius: *Der er 12. Hedder den ikke noget med $y=...$?*

Problemet er, at jeg ikke umiddelbart ved, hvordan jeg skal formulere det.

Formlen skal på en eller anden måde være: For hver gang, der er en lærer, dvs. vokser med 1, så skal den gå 6 op.

Case 4 (Tim)

Tim: *Der er lærere, og så er der eleverne, og dem er der 6 gange så mange af, dvs. $y = e \cdot 6 + l$. E er eleverne, l er lærerne og y er formlen, ligesom $y = ax + b$.*

Lærer: *Hvad betyder det, når der står, at noget skal udtrykke en sammenhæng?*

Tim: *Øh... det ved jeg ikke... er det så forkert at lave en model?*

Sproget i modelleringsopgaver

Modelleringsopgaver skal være formuleret i en kontekst, der er tæt på elevernes verden.

To eksempler på opgaver fra interventionen:

- Hvor lang tid holder en flaske shampoo?

m= mængde i tube g= mængde pr. gang a= antal gange pr. dag

$$\text{Tid} = m / (g \cdot a)$$

- Et vandværk er et anlæg til produktion af elektricitet, hvor man udnytter en faldhøjde (potentiell energi) af en vandmasse til at drive en vandturbine, som er koblet til en generator. Hvor meget skal en kilowatt time koste for at dække omkostningerne ved at have et vandkraftværk?

o= omkostninger

w=antal kilowatttimer

$$\text{Pris} = o/w$$

Struktur i modelleringsopgaver

Begrebsafklaring: sammenhæng, model, variable, konstanter

1. **Forståelse.** Forstår jeg betydningen af ordene? Forstår jeg meningen med opgaven?
2. **Visualisering.** Kan jeg tegne en model af problemstillingen? Kan jeg visualisere den?
3. **Sortering.** Har jeg alle nødvendige informationer? Hvilke informationer er vigtige, og hvilke er ikke vigtige?
4. **Symboler og eksempel.** Navngiv de variable og konstante størrelser. Prøv at lave et eksempel, hvor du indsætter talværdier.
5. **Formel.** Opskriv sammenhængen mellem de variable og konstante størrelser som en formel.
6. **Beregning.** Hvordan skal jeg beregne løsningen? Hvilke matematikoperationer har jeg problemer med?

Opstilling af model

Henriette: *Man kunne vælge, at sige, hvor lang tid det i gennemsnit tog en kunde at komme igennem med x antal varer. Men så skal man beslutte sig for et eller andet.*

Mark: *Men du skal også have et starttal, for det tager jo lige meget hvad 20 sekunder at betjene hver kunde. Så det kunne hedde $y = x \cdot 20 + 20$, hvor x 'et er antal varer.*

Amanda: *Men tager det 20 sekunder for hver vare?*

Mark: *Skal vi sige 3 sekunder?*

Eleverne endte med formlen $y=qx+zp$, hvor y er tiden, q er antal sekunder pr. vare, x er antallet af varer, z er antal sekunder pr. personlig betjening og p er antallet af kunder.

Bevisførelse

For nogle elever er bevisførelse en øvelse uden et klart formål og en øvelse i udenadslære.

Hvad betyder “en sætning” eksempelvis?

Toulmins argumentationsmodel

- Påstand
- Belæg
- Hjemmel

En sætning er en påstand der bevises med henvisning til tidligere beviste sætninger (belæg) samt regneregler (hjemmel).

Med udgangspunkt i: Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, **40**(3), 427–441.

Struktur i bevisførelse

Sætning: (Hovedpåstand)

I en vilkårlig trekant ABC gælder, at arealet $T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$

Holdepunkter:

Skitse

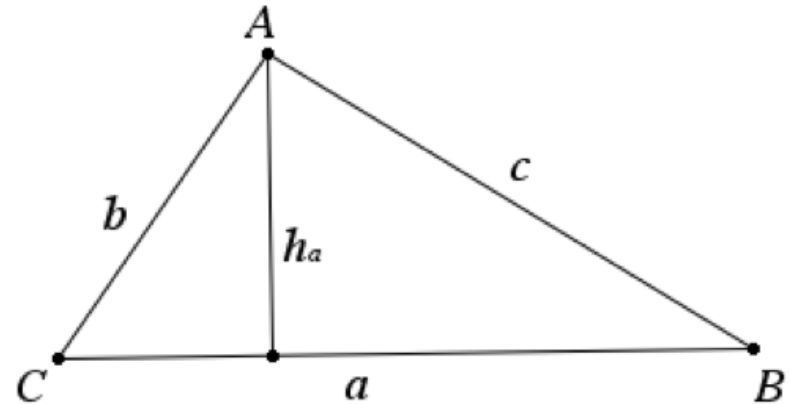
Kendt viden

Kendt viden:

- 1) Arealet af en trekant $T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$.
- 2) Sinus i retvinklet trekant $\sin(v) = \text{mod/hyp}$.

Bevis: (Argumentationskæde)

...



Matematikvejledning i praksis

Vi arbejder på at finde en fornuftig form.

- Enkeltelever eller gruppevejledning?
- Identifikation af elever med problemer.